**§1 Mở đầu về phương trình**

Vẫn là bài toán tìm x quen thuộc

**1.Phương trình 1 ẩn**

ở lớp dưới ,ta đã gặp các bài toán như :

Tìm x, biết 2x + 5 = 3(x-1) + 2

Trong bài toán đó , ta gọi hệ thức 2x+5 = 3(x-1) +2 là một *phương trình với ẩn số x* (hay ẩn x)

Một phương trình với ẩn x có dạng A(x) = B(x), trong đó *vế trái* A(x) và *vế phải* B(x) là hai biểu thức của cùng một biến x

**Ví dụ 1.** 2x + 1 = x là phương trình với ẩn x ;

2t – 5 =3(4-t) -7 là phương trình với ẩn t

**?1** hãy cho ví dụ về :

1. phương trình với ẩn y;
2. phương trình với ẩn u.

**?2** khi x = 6 , tính giá trị mỗi vế của phương trình :

2x + 5 = 3(x-1) + 2

ta thấy 2 vế của phương trình nhận cùng một giá trị khi x = 6 . Ta nói rằng số 6 thỏa mãn ( hay nghiệm đúng ) phương trình đã cho và gọi 6 ( hay x=6 ) là một nghiệm của phương trình đó .

**?3** cho phương trình 2(x+2) -7 = 3 – x

1. x= -2 có thỏa mãn phương trình không ?
2. x = 2 có là một nghiệm của phương trình không ?

* **chú y**

1. Hệ thức x = m (với m là một số nào đó ) cũng là một phương trình . Phương trình này chỉ rõ rằng m là nghiệm duy nhất của nó.
2. Một phương trình có thể có một ngiệm , hai nghiệm ,ba nghiệm ,…. Nhưng cũng có thể không có nghiệm nào hoặc có vô số nghiệm . phương trình không có nghiệm nào được gọi là phương trình vô nghiệm .

**Ví dụ 2 .**  phương trình x2 = 1 có hai nghiệm là x = 1 và x= -1.

Phương trình x2 = -1 vô nghiệm .

**2.Giải phương trình**

Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình đó và thường được kí hiệu bởi S/

**?4** hãy điền vào chỗ trống (…..)

1. Phương trình x =2 có tập nghiệm là S = …….
2. Phương trình vô nghiệm có tập nghiệm là S =… ..

Khi bài toán yêu cầu giải một phương trình , ta phải tìm tất cả các nghiệm ( hay tìm tập nghiệm ) của phương trình đó.

**3.Phương trình tương đương**

Phương trình x = -1 có tập nghiệm là { -1 } . Phương trình x + 1 = 0 cũng có tập nghiệm là { -1 } . Ta nói rằng hai phương trình ấy tương đương nhau .

Tổng quát , ta gọi hai phương trình có cùng một tập nghiệm là hai phương trình tương đương .

Để chỉ hai phương trình tương đương với nhau , ta dung kí hiệu “⬄” . Chẳng hạn

x +1 = 0 ⬄ x= -1

**Có thể em chưa biết**

Phương trình là đối tương nghiện cứu trung tâm của môn đại số. Ngày nay , cách viết các phương trình rất rõ ràng và thuận tiện cho việc giải chúng . Nhưng trước đây , người ta đã phải diễn tả phương trình bằng lời hoặc bằng hình vẽ rất phức tạp . Cách viết phương trình như ngày nay mới được hoàn thiện vào thế kỉ XVII . Sự ra đời của khái niệm ẩn số và kí hiệu ẩn số là một bước tiến quan trọng trong lịch sử phát triển của lí thuyết phương trình

Phương trình x( 2/3 + 1/2 + 1/7 +1) = 37 được viết ở Ai Cập năm 1550 trước Công Nguyên như sau :

…………………………………..

**§2 Phương trình bậc nhất 1 ẩn và cách giải**

Chỉ cần hai quy tắc tương tự như đối với đẳng thức số

* 1. **Định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn**

**Phương trình dạng ax +b = 0 , với a và b là hai số đã cho và a ≠ 0 , được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn**

Chẳng hạn m 2x -1 = 0 và 3y -5 =0 là những phương trình bậc nhất một ẩn . Để giải các phương trình này , ta thường dung quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân mà ta nêu sau đây .

* 1. **Hai quy tắc biến đổi phương trình**

1. **quy tắc chuyển vế**

Ta đã biết : Trong một đẳng thức số , khi chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia , ta phải đối dấu hạng tử đó.

Đối với phương trình , ta cũng có thể làm tương tự . Chẳng hạn , đối với phương trình x +2 = 0, chuyển hạng tử +2 từ vế trái sang vế phải và đổi dấu thành -2 , ta được x=-2.

Như vậy ta đã áp dụng quy tắc sau đây :

**Trong một phương trình , ta có thể chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó .**

Quy tắc trẹn gọi là quy tắc chuyển vế /

**?1** Giải các phương trình :

a) x -4 = 0; b) 3/4 + x =0 ; c) 0,5 –x =0.

1. **Quy tắc nhân với một số**

Ta đã biết : Trong một đẳng thức số , ta có thể nhân cả hai vế với cùng một số . Đối với phương trình , ta cũng có thể làm tương tự . Chẳng hạn , đối với phương trình 2x =6 , nhân cả hai vế với 1/2 ta được x = 3.

Như vậy , ta đã áp dụng quy tắc sau đây :

**Trong một phương trình ta có thể nhân cả hai vế với cùng một số khác 0**

Quy tắc trên gọi là quy tắc nhân với một số ( gọi là quy tắc nhân )

Chú ý rằng nhân cả hai vế với 1/2 cũng có nghĩa là chia cả hai vế cho 2 . Do

đó quy tắc nhân còn có thể phát biểu :

**Trong một phương trình , ta có thể chia cả hai vế cho cùng một số khác 0**

**?2** Giải các phương trình :

a) x/2 = -1 ; b) 0,1x = 1,5 ; c) -2,5x=10

* 1. **Cách giải phương trình bậc nhất 1 ẩn**

Ta thừa nhận : Từ một phương trình , dung quy tắc chuyển vế hay quy tắc nhân , ta luôn nhận được một phương trình mới tương đương với phương trình đã cho

Sử dụng hai quy tắc trên , ta giải phương trình bậc nhất một ẩn như sau :

**Ví dụ 1.** Giải phương trình 3x -9 = 0.

Phương pháp giải

3x – 9 = 0 ⬄ 3x = 9 (Chuyển – 9 sang vế phải và đổi dấu)

⬄ x = 3 (Chia cả hai vế cho 3)

Kết luận : Phương trình có một nghiệm duy nhất x = 3 .

Trong thực hành , ta thường trình bày một bài giải phương trình nhu sau:

**Ví dụ 2 .** Giải phương trình 1 – 7/3x = 0

Giải :

1 - 7/3 x = 0 ⬄ -7/3x = -1 ⬄ x= (-1) :(-7/3)⬄ x = 3/7

vậy phương trình có tập nghiệm S ={ 3/7}.

Tổng quát , phương trình ax +b = 0 ( với a ≠ 0 ) được giải như sau :

ax + b = 0 ⬄ ax = - b ⬄ x = -b/a

Vậy phương trình bậc nhất ax +b = 0 luôn có một nghiệm duy nhất x = - b/a

**?3** Giải phương trình -0,5x + 2,4 = 0.

**§3 Phương trình đưa được về dạng ax + b = 0**

**Vẫn chỉ cần dùng hai quy tắc đã biết**

Trong bài này ta chỉ xét các phương trình mà hai vế của chúng là hai biểu thức hu74u7 tỉ của ẩn , không chứa ẩn ở mẫu và có thể đưa được về dạng ax + b = 0 hay ax = - b

**1.Cách giải**

ví dụ 1 . giải phương trình 2x – (3- 5x ) = 4 (x+3)

phương pháp giải :

thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc :

2x -3 +5x = 4x +12

chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế , các hằng số sang vế kia :

2x +5x -4x = 12 +3

thu gọn và giải hương trình nhận được :

3x = 15 ⬄ x = 5

ví dụ 2 giải phương trình



Phương pháp giải

Quy đồng mẫu 2 vế



Nhân hai vế với 6 để khử mẫu

10x -4 +6x=6+15-9x

chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế , các hằng số sang vế kia :

10x+6x+9x=6+15+4

thu gọn và giải hương trình nhận được :

25x=25 ⬄x=1

?1 hãy nêu các bước chủ yếu để giải phương trình trong các vi dụ trên

**2.Áp dụng**

Ví dụ 3 giải phương trình



Giải



Phương trình có tập nghiệm S ={4}

?2 Giải phương trình



Chú ý

1)Khi giải một phương trình,người ta thường tìm cách biến đổi để đưa phương trình đó về dạng đã biết cách giải (đơn giản nhất là dạng ax +b =0 hay ax = -b).Việc bỏ dấu ngoặc hay quy đồng mẫu chỉ là những cách thường dùng để nhằm mục đích đó .Trong một vài trường hợp ,ta còn có những cách biến đổi khác đơn giản hơn

Ví dụ 4 phương trình  có thể giải như sau:



2) quá trình giải có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0.Khi đó phương trình có thể vô nghiệm hoặc nghiệm đúng với mọi x.

Ví dụ 5 Ta có x+1=x-1⬄ x-x=1-1⬄(1-1)x=-2⬄0x=-2

Phương trình vô nghiệm

Ví dụ 6 ta có x+1=x+1 ⬄x-x=1-1⬄(1-1)x=0⬄0x=0

Phương trình nghiệm đúng với mọi x

**§4 Phương trình tích**

Để giải một phương trình,lại phải giải nhiều phương trình .Sao thế nhỉ

?1 phân tích đa thức P(x) = (x2-1)+(x+1)(x-2) thành nhân tử

Trong bài này , chúng ta cũng chỉ xét các phương trình mà hai vế của nó là hai biểu thức hữu tỉ của ẩn và không chứa ẩn ở mẫu

**1. Phương trình tích và cách giải**

?2 hãy nhớ lại một tính chất của phép nhân các số , phát biểu tiếp các khẳng định sau:

Trong một tích nếu có một thừa số bằng 0 thì……..;ngược lại nếu tích bằng 0 thì ít nhất một trong các thừa số của tích …………

Ví dụ 1 giải phương trình (2x-3)(x+1) = 0

Phương pháp giải :

Tính chất nêu trên của phép nhân các số có thể viêt :

ab=0⬄ a=0 hoặc b=0(a và b là hai số)

tương tự , đối với phương trình ta cũng có :

(2x-3)(x+1) = 0 ⬄ 2x-3=o hoặc x+1 =0

Do đó ta phải giải hai phương trình :

1. 2x-3 = 0 ⬄ 2x = 3 ⬄ x= 1,5
2. x+1=0⬄x=-1

vậy phương trình đã cho có hai nghiệm : x = 1,5 và x =-1.Ta còn viết : Tập nghiệm của phương trình la S= { 1,5 ; -1}

phương trình như trong Ví dụ 1 được gọi là phương trình tích

Sau đây chúng ta xét các phương trình tích có dạng A(x)B(x) = 0 .Để giải các phương trình này , ta áp dụng công thức

A(x)B(x) =0 ⬄ A(x) =0 hoặc B(x) =0

Hư vậy , muốn giải phương trình A(x)B(x) = 0 ta giải 2 phương trình A(x) = 0 và B(x) =0 , rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng

**2. Áp dụng**

Ví dụ 2 Giải phương trình (x+1) (x+4) = (2-x)(2+x)

Giải Ta biến đổi phương trình đã cho thành phương trình tích như sau :

(x+1) (x+4) = (2-x)(2+x)

⬄(x+1)(x+4) – (2-x)(2+x)=0

⬄x2 +x +4x+4 – 22+x2 = 0

⬄2x2+5x=0

⬄x(2x+5)=0

⬄x=0 hoặc 2x+5 = 0

1)x = 0

2)2x+5 = 0 ⬄ 2x = -5 ⬄ x = -2,5

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là S={0; -2,5}.

Nhận xét

Trong ví dụ 2 , ta đã thực hiện hai bước giải sau :

Bước 1. Đưa phương trình đã cho về dạng phương trình tích

Trong bước này ta chuyển tất cả các hạng tử sang vế trái ( lúc này , vế phải là 0 ) , rút gọn rồi phân tích đa thức thu được ở vế trái thành nhân tử

Bước 2 giải phương trình tích rồi kết luân

?3 giải phương trình (x-1)(x2+3x-2) – (x3-1) =0

Trường hơp vế trái là tích của nhiều hơn hai nhân tử ,ta cũng giải tương tự

Ví dụ 3 Giải phương trình 2x3= x2+2x-1

Giải : Ta có



⬄x+1=0 hoặc x-1=0 hoặc 2x-1=0

1)x+1=0 ⬄ x= -1;

2)x-1=0⬄x=1;

3)2x-1=0 ⬄ x=0,5

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là S = {-1;1;0,5}.

?4 Giải phương trình (x3+x2)+(x2+x)=0

**§5 Phương trình chứa ẩn ở mẫu**

Giá trị tìm được của ẩn có là nghiệm của phương trình đã cho hay không?

ở những bài trước chúng ta mới chỉ xét các phương trình mà hai vế của nó đều là các biểu thức hữu tỉ của ẩn và không chứa ẩn ở mẫu .Trong bài này , ta sẽ nghiên cứu cách giải các phương trình có biểu thức chứa ẩn ở mẫu

**1.Ví dụ mở đầu**

Ta thử giải phương trình  bằng phương pháp quen thuộc như sau:

Chuyển các biểu thức chúa ẩn sang một vế :



Thu gọn vế trái ta tìm được x =1

?1 giá tri x =1 có phải là nghiệm của phương trình hay không ?vì sao?

Ví dụ này cho thấy :khi biến đổi phương trình mà làm mất mẫu chứa ẩn của phương trình ban đầu

Bởi vậy , khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu ,ta phảo chú y đến một yếu tố đặc biệt ,đó là điều kiệu xác định của phương trình .

**2.Ttìm điều kiện xác định của một phương trình**

Đối với phương trình chứa ẩn ở mẫu ,các giá trị của ẩn mà tại đó ít nhất một mẫu thức trong phương trình nhận giá trị bằng 0 ,chắc chắn không thể là nghiệm của phương trình .Để ghi nhớ điều đó ,người ta thương đặt diều kiện cho ẩn để tất ả các mẫu trong phương trình đều khác 0 và gọi đó là điều kiện xác định (viết tắt là DKXD)của phương trình

Ví dụ 1 . Tìm điều kiện xác định của mỗi phương trình sau :

a)  b) 

Giải :

a)vì x-2=0⬄ x=2 ne ĐKXĐ của phương trình  là x2

b)Ta thấy x-10 khi x 1 và x+20 khi x-2 .Vậy ĐKXĐ của phương trình là x 1 và x-2

?2 Tìm điều kiện xác định của mỗ phương trình sau :

a)  b) 

**3. Giải các phương trinh chứa ẩn ở mẫu**

Ví dụ 2 giải phương trình (1)

Phương pháp giải

DKXĐ của phương trình là x  0 và x2

Quy đồng mẫu hai vế của phương trình :



Từ đó suy ra

2(x+2)(x-2)=x(2x+3) (1a)

Như vậy ta đã khử mẫu trong phương trình (1)

Giải phương trình (1a) :

(1a)⬄2(x2-4)=x(2x+3)

⬄2x2-8=2x2+3x

⬄3x=-8

⬄x=-

Do việc khử mẫu phương trình (1a) có thể không tương đương với phương trình (1) đã cho.Vì thế cần thử lại xem giá trị x = - có đúng là nghiệm của phương trình (1) hay không .Muốn vậy , ta chỉ cần kiểm tra xem nó có thỏa mãn ĐKXĐ hay không

Ta thấy x=- thỏa mãn ĐKXĐ nên đó là nghiệm của phương trình (1).Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là S={}

Cách

Iải phương trình chứa ẩn ở mẫu

Bước 1 : tìm điều kiện xác định của phương trình

Bước 2:quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu

Bước 3: giải phương trình vừa nhận được

Bước 4 (Kết luận) . Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3 , các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định chính là các nghiệm của phương trình đã cho.

**4. Áp dụng**

Ví dụ 3.Giải phương trình  (2)

Giải

ĐKXĐ : x -1 và x-3

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu :



Suy ra x(x+1) +x(x-3)=4x (2a)

Giải phương trình (2a):

(2a)⬄ x2+x+x2-3x-4x=0

⬄2x2-6x=0

⬄2x(x-3)=0

⬄2x=0 hoặc x-3 = 0

1)x=0 (thỏa mãn ĐKXĐ);

2)x-3=0⬄ x=3(loại vì không thỏa mãn ĐKXĐ).

Kết luận :Tập nghiệm của phương trình (2) là S = {0}.

?3 giải các phương trình sau

a)  b) 

c)  d) 

28.giải các phương trình

a)  b) 

c)  d) 

**§6 Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Lập phương trình để giải một bài toán nhu thế nào ?

1. **Biểu diễn một đại lượng bởi một biểu thức chứa ẩn**

Trong thực tế nhiều đại lượng biến đổi phụ thuộc lẫn nhau .Nếu kí hiệu một trong các đại lượng ấy là x thì các đại lượng khác có thể được biểu diễn dưới dạng một biểu thức của biến x

Ví dụ 1.Gọi x(km/h) là vận tốc của một ô tô .Khi đó :

Quãng đường ô tô đi được trong 5 giờ là 5x(km)

Thời gian để ô tô đi được quãng đường 100km la (h)

1? Giả sử hang ngày bạn Tiến dành x phút để tập chạy .Hãy viết viểu thức với biến x biểu thị:

a)Quãng đường Tiến chạy được trong x phút ,nếu chạy với vận tốc trung bình là 180m/ph

b)Vận tốc trung bình của Tiến (tính theo km/h),nếu trong x phút Tiến chạy được quãng đường là 4500m

?2 Gọi x là số tự nhiên có hai chữ số(ví dụ x=12).Hãy lập biểu thức biểu thị số tự nhiên có được bằng hai cách :

a)viết thêm chữ số 5 vào bên trái số x(ví dụ :12->512,tức la 500+12);

b)viết thêm chữ số 5 vào bên phải số x (ví dụ :12->125,tức là 12x10+5)

**2.Ví dụ về giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Ví dụ 2(bài toán cổ)

Vừa gà vừa chó

Bó lại cho tròn

Ba mươi sáu con

Một trăm chân chẵn

Hỏi có bao nhiêu gà , bao nhiêu chó ?

Giải

Gọi x là số gà ,với điều kiện x phải là số nguyên dương và nhỏ hơn 36

Khi đó số chân gà là 2x . Vì cả gà lẫn chó có 36 con nên số chó là 36-x và số chân chó là 4(36-x).Tổng số chân là 100 nên ta có phương trình

2x+4(36-x) =100

Giải phương trình trên

2x+4(36-x) =100⬄ 2x+144-4x=100

⬄ 44=2x

⬄x=22

Kiểm tra lại , ta thấy x=22 thỏa mãn các điều kiện của ẩn .Vậy số gà là 22(con).Từ đó suy ra số chó la 36-22=14(con)

Tóm tắt các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bước 1: lập phương trình :

Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số ;

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết ;

Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng

Bước 2 giải phương trình

Bước 3 trả lời : kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình , nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn ,nghiệm nào không rồi kết luận

?3 Giải bài toán trong ví dụ 2 bằng cách chọn x là số chó

Bài tập

34. Mẫu số của một phân số lớn hơn tử số của nó la 3 đơn vị .Nếu tăng cả tử và mẫu của nó them 2 đơn vị thì được một phân số mới bằng .Tìm phân số ban đầu

35. Học kì một số học sinh giỏi của lớp 8A =  số học sinh giỏi của cả lớp .Sang học kì 2 ,có them ba bạn phấn đấu trở thành học sinh giỏi nũa , do đó số học sinh giỏi bằng 20% số học sinh cả lớp .Hỏi lớp 8A có bao nhiu học sinh?

36.bài toán nói về cuộc đời nhà toán học Đi-ô-phăng ,lấy trong Hợp tuyển Hi lap-Cuốn sách gồm 46 bài toán về số ,viết dưới dạng thơ trào phúng )

Thời thơ ấu của đi-ô-phăng chiếm cuộc đời

cuộc đời tiếp theo là thời thanh niên sôi nổi

Thêm  cuộc đời nữa ông sống độc thân

Sauk hi lập gia đình được 5 năm thì sinh một con trai

Nhưng số mệnh chỉ cho con sống bằng nửa đời cha

Ông đã từ trần 4 năm sau khi con mất

Đi-ô-phăng sống bao nhiu tuổi hãy tính cho ra ?

Có thể em chưa biết

Người ta gọi ông là Đi-ô-phăng (Diopantos) của vùng A-lếch-xăng-đri-a(Ai Cập) mà không biết rõ về năm sinh và quốc tịch của ông .Nhiều tài liệu cho rằng ông sống vào thế kỉ III (khoảng năm 250).

Ông là người có ảnh hưởng lớn đến sự phát triển của đại số và số học .Công trình quan trọng nhất của ông là bộ sách arithmetica (Số học) .Bộ sách phân tích lí thuyết đại số về số và nói về cách giải khoảng 130 bài toán .Phần lớn các bài toán này đều dẫn đến phương trình bậc nhất và bậc hai ,đặc biệt là các phương trình vô định (tức là phương trình có nhiều hơn một ẩn số ). Ngày nay , thuật ngữ phương trình Đi-ô-phăng được dung để chỉ các phương trình vô định mà ta chỉ quan tâm đến các nghiệm nguyên của chúng mà thôi .

Đi-ô-phăng cũng là người sớm dung kí hiệu (đọc là zêta)để chỉ số chưa biết với ghi chú rằng các chữ cái Hi Lap khác cũng có thể dùng như vậy

**§7 Giải bài toán bằng cách lập phương trình (tiếp)**

Thế mới biết việc chọn ẩn số cũng rất quan trọng

Qua các bài toán trên ,ta thấy :Để lập được phương trình ta cần khéo chọn ẩn số và tìm sự lien quan giữa các đại lượng trong bài toán.Lập bảng biểu diễn các đại lượng trong bài toán theo ẩn số đã chọn là một phương pháo thường dùng

Ví dụ một xe máy khởi hành từ Hà Nội đi Nam Định với vận tốc 35km/h.Sau đó 24 phút ,trên cùng tuyến đường đó , một ô tô xuất phát từ Nam Định đi Hà nội với vận tốc 45km/h.Biết quãng đường Nam Định – Hà Nội dài 90 km . Hỏi sau bao lâu ,kể từ khi xe máy khởi hành ,hai xe gặp nhau?

Phân tích bài toán :

Hai đối tượng tham gia vào bài toán là ô tô và xe máy , còn các đại lượng liên quan là vận tốc (đã biết),thời gian và quãng đường đi(chưa biết) .Đối với từng đối tượng ,các đại lượng ấy lien hệ với nhau theo công thức :

Quãng đường đi(km)=Vận tốc(km/h) x Thời gian đi (h).

Nếu chọn một đại lượng chưa biết làm ẩn , chẳng hạn , gọi thời gian từ lúc xe máy khởi hành đến lúc hai xe gặp nhau là x giờ , ta có thể lập bảng để biểu diễn các đại lượng trong bài toán như sau (trước hết đổi 24 phút thành giờ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Vận tốc (km/h) | Thời gian đi(h) | Quãng đường đi |
| Xe máy | 35 | x | 35x |
| Ô tô | 45 | x- | 45(x-) |

Hai xe (đi ngược chiều)gặp nhau nghĩa là đến lúc đó tổng quãng đường hai xe đi được đúng bằng quãng đường Nam Định – Hà Nội .Do đó

35x+45(x-) = 90

Đó chính là phương trình cần tìm

Giải

Gọi thời gian từ lúc xe máy khởi hành đến lúc hai xe gặp nhau là x (h) . Điều kiện thích hợp của x là x >

Trong thời gian đó xe máy đi được quãng đường là 35x(km)

Vì ô tô xuât phát sau xe máy 24 phút (tức là giờ) nên p6 tô đi trong thời gian là x -(h) và đi được qu4ng đường là 45(x-)(km)

Đến lúc hai xe gặp nhau tổng quãng đường chúng đi được đúng bằng quãng đường Nam Địng Hà Nội (dài 90 km) nên ta có phương trình

35x+45(x-)=90

Giài phương trình :

35x+45(x-)=90 ⬄ 35x+45x-18=90⬄80x=108 ⬄ x=

Giá trị này phù hợp với điều kiện của ẩn .Vậy thời gian để hai xe gặp nhau là giờ ,tức là 1 giờ 21 phút , kể từ lúc xe máy khởi hành

?1 Trong ví dụ trên ,hãy thử chọn ẩn số theo cách khác : Gọi s (km) là qu4ng đường từ Hà Nội đến điểm gặp nhau của hai xe .Điền vào bảng sau rồi lập phương trình với ẩn số s

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Vận tốc (km/h) | Quãng đường đi(km) | Thời gian di (h) |
| Xe máy |  | S |  |
| Ô tô |  |  |  |

?2 Giải phương trình nhận được rồi suy ra đáp số của bài toán .So sánh hai cách chọn ẩn , em thấy cách nào cho lời giải gọn hơn ?

Bài đọc thêm

Bài toán

Một phân xưởng may lập kế hoạch may một lô hàng ,theo đó mỗi ngày phân xưởng phải may xong 90 cái áo . Nhưng nhờ cải tiến kỹ thuật ,phân xưởng đã may được 120 cái áo mỗi ngày .Do đó , phân xưởng không những đã hoàn thành kế hoạch trước thời hạn 9 ngày mà còn may them được 60 cái áo . Hỏi theo kế hoạch , phân xưởng phải may bao nhiêu áo ?

Phân tích bài toán

ở đây ta gặp các đại lượng :số áo may trong 1 ngày (đã biết ) , tổng số áo may và số ngày may (chưa biết ) :theo kế hoạch và thực tế đã thực hiện . Chúng có quan hệ:

số áo may trong 1 ngày x số ngày may = tổng số áo may

chọn ẩn là một trong các đại lượng chưa biết . Ở đây ta chọn x là số ngày may theo kế hoạch . Quy luật trên cho phép ta lập bảng biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng trong bài toán :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Số áo nay 1 ngày | Số ngày may | Tổng số áo may |
| Theo kế hoạch | 90 | x | 90x |
| Đã thực hiện | 120 | x-9 | 120(x-9) |

Từ đó qua hệ giữa tổng số áo đã may được và số áo may theo kế hoạch được biểu thị bởi phương trình :

120(x-9) = 90x +60

Giải

Gọi số ngày may theo kế hoạch là 9 .Điều kiện x >9

Tổng số áo may theo kế hoạch là 90x.thực tế phân xưởng đã thực hiện kế hoạch trong (x-9) ngày và may được 120(x-9) áo

Theo giả thiết số áo may được nhiều hơn so với kế hoạch là 60 chiếc nên ta có phương trình :

120(x-9)=90x+60

Giải phương trình (trước hết chia hai vế cho 30)

120(x-9)=90x+60⬄4(x-9)=3x+2⬄4x-36=3x+2⬄4x-3x=2+36⬄x=38

Giá trị này của x phù hợp với điều kiện của ẩn .Vậy theo kế hoạch ,số áo oha6n xưởng phải may là 38x 90 =3420 (áo)

Chú ý

Trong cách giải trên đây, mặc dù bài toán hỏi tổng số áo may theo kế hoạch ,nhưng chúng ta đã không chọn đại lượng đó làm ẩn .Để so sánh em hãy chọn tổng số áo may theo kế hoạch làm ẩn t , điền vào bảng sau ,suy ra phương trình ẩn t rồi giải bài toán :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Tổng số áo may | Số áo may 1 ngày | Số ngày may |
| Theo kế hoạch | t | 90 |  |
| Đã thực hiện |  | 120 |  |

**Chương IV –Bất phương trình bậc nhất một ẩn**

**§1 Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng**

-4+c<2+c với mọi số c?

**1.Nhắc lại về thứ tự trên tập hợp số**

Trên tập hơp số thực ,khi so sánh hai số a và b , xảy ra một trong ba trường hợp sau:

Số a bằng số b , kí hiệu a=b.

Số a nhỏ hơn số b , kí hiệu a< b

Số a lớn hơn số b , kí hiệu a > b

Khi biểu diễn số thực trên trục số (vẽ theo phương nằm ngang ),điểm biểu diễn số nhỏ hơn ở bên trái điểm biểu diễn số lớn hơn .Chính điều đó cho ta hình dung về thứ tự trên tập số thực

-2 -1,3 0  3

?1 điền dấu thích hợp (= , < , >) vào ô vuông :

a)1,53 □ 1,8 b)-2,37 □ -2,41

c)  □  d)  □ 

nếu số a không nhỏ hơn số b ,thì phải có hoặc a >b hoặc a =b .Khi đó , ta nói gọn là a lớn hơn hoặc bằng b , í hiệu a b.Ví dụ -x2   0 với mọi x ; nếu c là số không âm thì ta viết c  0

nếu số a không lớn hơn số b , thì phải có hoặc a < b , hoặc a =b . Khi đó , ta nói gọn là a nhỏ hơn hoặc bằng b , kí hiệu a  b .Ví dụ -x2  0 với mọi x;Nếu số y không lớn hơn 3 thì ta viết y  3

**2. Bất đẳng thức**

Ta gọi hệ thức dạng a < b ( hay a>b , ab,ab) là bất đẳng thức và gọi a là vế trái , b là vế phải của bất đẳng thức

Ví dụ 1 . Bất đẳng thức 7 + (-3) > -5 có vế trái là 7 + ( -3) , còn vế phải là -5

3.Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

Hình vẽ sau minh họa kết quả : khi cộng 3 vào cả hai vế của bất đẳng thức -4<2 thì được bất dẳng thức -4+3<2+3

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

-4+3 2+3

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

?2 a) khi cộng -3 vào cả hai vế của bất đẳng thức -4 <2 thì được bất đẳng thức nào ?

b)Dự đoán kết quả : Khi Cộng số c vào cả hai vế của bất đẳng thức -4<2 thì được bất đẳng thức nào ?

Tính chất.Với ba số a ,b và c , ta có:

Nếu a<b thì a+c < b+c; nếu a  b thì a+c  b+c

Nếu a>b thì a+c >b +c ; nếu a  b thì a+c  b+c

Hai bất đẳng thức -2<3 và -4<2(hay 5 > 1 và -3 > -7 ) được gọi là hai bất đẳng thức cùng chiều

**Khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.**

Có thể áp dụng tính chất trên để so sánh hai số , hoặc chứng minh bất đẳng thức .

Ví dụ 2 . Chứng tỏ 2003 + (-35) < 2004 + (-35)

Giải :

Theo tính chất trên , cộng -35 vào cả hai vế của bất đẳng thức 2003 < 2004 , ta suy ra 2003+ ( -35) <2004 + ( -35)

?3 So sánh -2004 + (-777) và -2005 + (-777) mà không tính giá trị từng biểu thức

?4 Dựa vào thứ tự giữa  và 3 , hãy so sánh  + 2 và 5

Chú ý Tính chất của thứ tự cũng chính là tính chất của bất đẳng thức

**§2 Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân**

Bất đẳng thức (-2).c < 3.c có luôn luôn xảy ra với số c bất kì hay không ?

**1.Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương**

Hình vẽ sau minh họa kết quả : Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức -2 < 3 với 2 thì được bất đẳng thức (-2).2 < 3.2

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6

(-2).2 3.2

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6

?1 a) Nhân cả hai vế của bất đẳng thức 2- < 3 với 5091 thì được bất đẳng thức nào?

b) Dự đoán kết quả : Nhân cà hai vế của bất đẳng thức -2 < 3 với số c dương thì được bất đẳng thức nào ?

Tính chất . Với ba số a , b và c mà c<0 ta có:

Nếu a<b thì ac > bc ; nếu a  b thì ac  bc;

Nếu a > b thì ac <bc; nếu ab thì ac  bc.

Hai bất đẳng thức -2 < 3 và 4 > 3,5 (hay -3 > -5 và 2 < 4 (được gọi là hai bất đẳng thức ngược chiều

**Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.**

?4 Cho -4a > -4b , hãy so sánh a và b

?5 Khi chia cả hai vế của bất đẳng thức cho cùng một số khác 0 thì sao ?

**3.Tính chất bắc cầu của thứ tự**

Với ba số a ,b và c ta thấy rằng nếu a < b và b <c thì a <c .Tính chất này gọi là tính chất bắc cầu :

a b c

Tương tự các thứ tự lớn hơn ( >), nhỏ hơn hoặc bằng ( ) , lớn hơn hoặc bằng () cũng có tính chất bắc cầu

Có thể dùng tính chất bắc cầu để chứng minh bất đẳng thức

Ví dụ. Cho a > b . Chứng minh a +2 > b-1

Giải

Cộng 2 vế của bất đẳng thức a >b ta được :

a +2 > b +2 (1)

Cộng b vào hai vế của bất đẳng thức 2 > -1 . ta được :

b+2 > b-1 (2)

từ (1) và (2) , theo tính chất bắc cầu suy ra

a+2 > b-1

**§3.Bất phương trình một ẩn**

Cũng tương tự như phương trình một ẩn?

**1.Mở đầu**

Bạn Nam có 25000 đồng . Nam muốn mua một cái bút giá 4000 đồng và một số quyển vở loại 2200 đồng một quyển .Tính số quyển vở bạn Nam có thể mua được

Trong bài toán trên kí hiệu số quyển vở bạn Nam có thể mua la x, thì x phải thỏa mãn hệ thức 2200x + 4000 25000.Khi đó người ta nói hệ thức

2200x + 4000 25000

Là một bất phương trình với ẩn là x.Trong bất phương trình này ,ta gọi 2200x +4000 là vế trái và 25000 là vế phải.

Khi thay giá trị x = 9 vào bất phương trình 2200x + 4000  25000, ta được 2200.9+4000 25000 là khẳng định đúng.Ta nói số 9 ( hay giá trị x = 9 ) là một nghiệm của bất phương trình .

Khi thay x =1 0 vào bất phương trình 2200x + 4000  25000, ta được 2200.10 +4000 25000 là khẳng định sai . Ta kết luận số 10 không phải là nghiệm của bất phương trình .

?1. a)Hãy cho biết vế trái , vế phải của bất phương trình x2  6x -5

b)Chứng tỏ các số 3;4 và 5 đều là nghiệm , còn số 6 không phải là nghiệm của bất phương trình vừa nêu

**2.Tập nghiệm của bất phương trình**

Tập hợp tất cả các nghiệm của một bất phương trình được gọi là tập nghiệm của bất phương trình .Giải bất phương trình là tìm tập nghiệm của bất phương trình đó.

Ví dụ 1.Tập nghiệm của bất phương trình x > 3 là tập hợp các số lớn hơn 3 tức là tập hợp {x| x >3}.

Để dễ hình dung , ta biểu diễn tập hợp này trên trục số như hình vẽ sau:

//////////////////////////////////|///////////////////////(

1. 3

(Trong hình vẽ trên ,tất cả các điểm bên trái điểm 3 và cả điểm 3 bị gạch bỏ).

?2.Hãy cho biết vế trái ,vế phải và tập nghiệm của bất phương trình x > 3 ,bất phương trình 3 < x và phương trình x =3

Ví dụ 2. Bất phương trình x  7 có tập nghiệm là tập hợp các số nhỏ hơn hoặc bằng 7 , tức là tập hợp { x |x  7 } .Tập hợp này được biểu diễn trên trục số như sau :

| ]///////////////////////////////

1. 7

(Trong hình vẽ trên , các điểm bên phải điểm 7 bị gạch bỏ nhưng điểm 7 được giữ lại).

?3 Viết và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình x  -2 trên trục số.

Hướng dẫn: Trên trục số , gạch bỏ các điểm bên trái điểm -2 bằng các dấu “ /” và giữ lại điểm -2 bằng dấu “[“.

?4 Viết và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình x <4 trên trục số

Hướng dẫn: Trên trục số , gạch bỏ các điểm bên phải điểm 4 bằng các dấu “ /” và gạch bỏ điểm 4 bằng dấu “)“.

**3.Bất phương trình tương đương**

Bất phương trình x >3 và bất phương trình 3 < x có cùng tập nghiệm là { x | x >3}

Người ta gọi hai bất phương trình có cùng tập nghiệm là hai bất phương trình tương đương và dùng kí hiệu “ ⬄ “ để chỉ sự tương đương đó

Ví dụ 3. 3 <x ⬄ x> 3.

**§4 Bất phương trình bậc nhất một ẩn**

Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn như thế nào?

**1.Định nghĩa**

**Bất phương trình dạng ax +b <0 (hoặc ax +b >0, ax +b**  **0 , ax +b**  **0) trong đó a và b là hai số đã cho, a**   **0 được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn .**

?1 Trong các bất phương trình sau , hãy cho biết bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất một ẩn:

a)2x-3<0 b)0,x +5 >0

c) 5x-150 d)x2 >0.

**2.Hai quy tắc biến đổi bất phương trình**

a) quy tắc huyển vế

Từ liên hệ giữa thứ tự và phép cộng ,ta có quy tắc sau ( gọi là quy tắc chuyển vế )để biến đổi tương đương bất phương trình :

**Khi chuyển một hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử đó .**

Ví dụ 1. Giải bất phương trình x – 5 <18

Giải :

Ta có x-5<18 ⬄ x< 18+5 (chuyển vế -5 đổi dấu thành 5) ⬄ x <23

Vậy tập nghiệm của phương trình là {x|x<23}

Ví dụ 2 .Giải bất phương trình 3x >2x +5 và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

Giải

Ta có 3>2x +5 ⬄ 3x-2x >5 (chuyển vế 2x và đổi dấu thành -2x)

⬄ x>5

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là {x|x>5}.Tập nghiệm này được biểu diễn như sau:

////////////////////////|//////////////////////////(

1. 5

?2 Giải các bất phương trình sau:

a)x+12 >21; b)-2x >-3x -5;

b)Quy tắc nhân với một số

Từ liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương hoặc với số âm ,ta có quy tắc nhân với một số( gọi tắt là quy tắc nhân ) để biến đổi tương đương bất phương trình :

**Khi nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0 ,ta phải :**

**Giữ nguyên chiều bất phương trình nếu số đó dương ;**

**Đổi chiều bất phương trình nếu số đó âm;**

Ví dụ 3. Giải bất phương trình 0,5x <3

Giải

Ta có 0,5x<3 ⬄ 0,5x.2 < 3.2 (nhân cả hai vế với 2)

⬄ x <6

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là { x | x <6}

Ví dụ 4 . Giải bất phương trình - x <3 và biển diễn tập nghiệm trên trục số

Giải

Ta có -x < 3

⬄ -x.(-4) > 3.(-4) (nhân cả hai vế với -4 và đổi chiều)

⬄ a > -12

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là {x|x>-12} .Tập nghiệm này được biểu diễn như sau :

///////////////////////////( |

-12 0

?3 Giải các bất phương trình sau (dùng quy tắc nhân):

a)2x <24; b)-3x<27

?4Giải thích sự tương đương :

a)x+3<7 ⬄ x-2<2; b)2x<-4⬄-3x<6

**3.Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn**

Ví dụ 5. Giải bất phương trình 2x -3 <0 và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

Giải:

Ta có 2x -3 <0 ⬄ 2x <3 ⬄ (chuyển -3 sang vế phải và đổi dấu )

⬄ 2x:2 <3:2(chia cả hai vế chò)

⬄ x <1,5

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là { x | x<1,5} và được biễu diễn trên trục số như sau :

| )////////////////////////////////////////////////

0 1,5

?5 Giải bất phương trình -4x- 8 <0 và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

Hướng dẫn : làm tương tự ví dụ 5 nhưng lưu ý khi nhân hai vế với số âm

Chú ý : Để cho gọn khi trình bày ta có thể :

Không ghi câu giải thích;

Khi có kết quả x <1,5 (ở ví dụ 5) thì coi là giải xong và viết đơn giản

Nhiệm của bất phương trình 2x -3 <0 là x<1,5

Ví dụ 6 .Giải bất phương trình -4x +!2 <0

Giải

Ta có -4x +!2 <0

⬄ 12<4x

⬄ 12 :4 <4x:4

⬄3<x

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là x>3

**4.Giải bất phương trình đưa được về dạng ax +b <0 , ax +b >0 , ax +b 0, ax +b 0**

Ví dụ 7. Giải bất phương trình 3x +5 <5x-7

Giải :

Ta có 3x+5 <5x-7

⬄ 3x-5x <-5-7

⬄ -2x <-12

⬄-2x: (-2) >-12 : (-2)

⬄x >6

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là x >6

?6 Giải bất phương trình -0,2 x -0,2 > 0,4x -2

**§5 Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối**

Đưa về phương trình không chứa dấu giá trị tuyệt đối bằng cách nào

**1.Nhắc lại về giá trị tuyệt đối**

Giá trị tuyệt đối của a , kí hiệu là |a| , được dịnh nghĩa như sau :

|a|=a khi a  0 ;

|a| = -a khi a < 0

Chẳng hạn : |5| = 5 , |0|=0 . |-3,5|=3,5

Theo định nghĩa trên , ta có thể bỏ dấu giá trị tuyệt đối tùy theo giá trị của biểu thức ở trong dấu giá trị tuyệt đối là âm hay không âm

Ví dụ 1 . Bỏ dấu giá trị tuyệt đối và rút gọn các biểu thức :

a)A=|x-3| + x -2 khi x 3; b)B=4x+5+|-2x| khi x >0

Giải

a)Khi x 3 , ta có x-3 0 nên |x-3|=x-3 .Vậy

A= x-3+x-2 =2x -5

b)Khi x>0 , ta có -2x <0 nên |-2x| = -(-2x\_=2x.Vậy

B=4x+5+2x=6x+5

?1 Rút gọn các biểu thức:

a)C=|-3x|+7x-4 khi x 0; b)D=5-4x+|x-6|khi x<6

**2.Giải một số phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối**

Ví dụ 2.Giải phương trình |3x| = x +4 (1)

Giải

Ta có |3x| =3x khi 3x 0 hay x  0

|3x|=-3x khi 3x <0 hay x<0.

Vậy để giải phương trình (1) ta quy về giải hai phương trình sau:

a)Phương trình 3x = x +4 với điều kiện x 0.

Ta có 3x =x +4 ⬄ 2x =4 ⬄ x=2

Giá trị x =2 thỏa mãn điều kiện x 0 ,nên hai là nghiệm phương trình (1)

b)Phuong trình -3x =x+4 với điều kiện x < 0

ta có -3x = x+4 ⬄ -4x =4 ⬄ x= -1

giá trị x =-1 thỏa mãn điều kiện x <0 , nên -1 là nghiệm của phương trình (1)

Tổng hợp các kết quả trên ,ta có tập nghiệm của phương trình (1) là S = { -1 ; 2}.

Ví dụ 3 .Giải phương trình |x-3| = 9-2x (2)

Giải :

Ta có |x-3| = x -3 khi x -3 0hay x 3;

|x-3| = -(x-3) khi x-3 <0 hay x <3.

Vậy để giải phương trình (2) ,ta quy về hai phương trình sau :

a)Phương trình x-3 = 9 -2x với điều kiện x  3

Ta có x -3 = 9-2x ⬄ 3x = 9 +3 ⬄ 3x =12 ⬄ x=4

Giá trị x =4 thỏa mãn điều kiện x  3 , nên 3 là nghiệm của phương trình (2)

b) Phương trình –(x-3) = 9 -2x với điều kiện x < 3

Ta có –(x-3) = 9-2x ⬄ -x+3 =9-2x ⬄ x =6

Giá trị x =6 không thỏa mãn điều kiện x < 3 , ta loại .

Tổng hợp các kết quả trên , ta có tập nghiệm của phương trình (2) là S = {4}

?2 giải các phương trình

1. |x+5| = 3x +1
2. |-5x|= 2x +21